

2025 年國際資訊奧林匹亞研習營初選

2025.03.02

答題說明

1. 本次測驗所有題目輸出、輸入皆以標準輸入/輸出為之。
2. 每一題之執行時限限制與記憶體限制以線上裁判系統顯示的設定值為準。

考試前請確認手機已關機。

請等待監考人員宣佈測驗開始才翻頁作答。

(此頁為空白頁)



A. 連序 (k1s)

問題描述

一個非負整數的二進位表示可視為一 01 字串，左邊為高位 (most significant bit)，右邊為低位 (least significant bit)；若最多有 k 個連續的位元為 1，則稱該數字的「連序」為 k 。今給定 n 個非負整數，請依它們的「連序」由小而大排序；若兩數字的連序相同，則先輸出數值較小的。

舉例來說，7、12、27 的二進位表示分別為 $(111)_2$ 、 $(1100)_2$ 、 $(11011)_2$ ，可知三數的連序分別為 3、2、2，其中 12 與 27 的連序相同，但 $12 < 27$ ，故需依序輸出 12、27、7。

輸入格式

$$\begin{matrix} n \\ a_1 \ a_2 \ a_3 \ \cdots \ a_n \end{matrix}$$

- n 代表欲排序的數字個數。
- a_i 代表第 i 個欲排序的數字。

輸出格式

$$s_1 \ s_2 \ s_3 \ \cdots \ s_n$$

- s_i 代表依照題目要求排序後的第 i 個數字。

測資限制

- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ 。
- $0 \leq a_i < 2^{30}$ 。
- 所有輸入的數皆為整數。



範例測試

Sample Input	Sample Output
3 7 12 27	12 27 7
5 1 2 3 4 5	1 2 4 5 3

評分說明

本題共有四組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	22	$n \leq 2, a_i < 16$ 。
2	22	$n \leq 2000, a_i < 2^{16}$ 。
3	26	$a_i < 2^{16}$ 。
4	30	無額外限制。

B. 煎餅攤 (pancake)

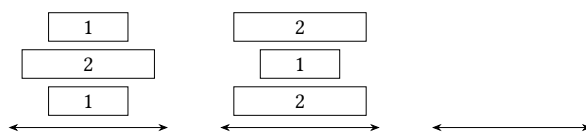
問題描述

阿麥在假日市集裡擺了一個攤子賣煎餅。考量每個人的食量不同，他決定販售 n 種不同大小的煎餅，依照小到大由 1 編號到 n ，並預計將同一種大小的煎餅堆成一疊方便選購。每疊煎餅至多只能疊 m 片，否則會因為過高而倒塌。阿麥每煎好一片就將該片煎餅放到攤位檯面上，但因為太過匆忙，不同大小的煎餅被堆放在同一疊。當他注意到時，攤位上已有 n 疊煎餅，每疊都恰有 m 片，而每種大小的煎餅也恰有 m 片。

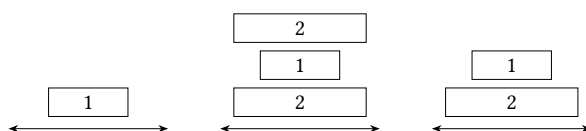
阿麥想利用煎餅鏟來移動這些煎餅，調整回他預期的擺設。他只能透過下面的動作來調整煎餅位置：

- 將煎餅鏟插入某疊煎餅中的某兩片之間
- 將煎餅鏟上方所有的煎餅放置至另一疊的上方（鏟子上方的煎餅順序不變）

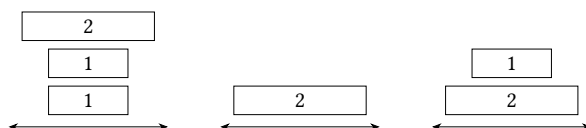
因攤位檯面大小有限，除了既有的 n 疊煎餅外，剩餘的空間僅能再容納一疊煎餅；此外，調整過程不可有任一疊超過 m 片，否則該疊煎餅就會倒塌。請協助阿麥將同樣大小的煎餅調整為同一疊，並且讓較小的煎餅排在較左邊。舉例來說，若 $n = 2$ ， $m = 3$ ，一開始的 2 疊煎餅如下圖（最右邊為檯面剩餘空間）：



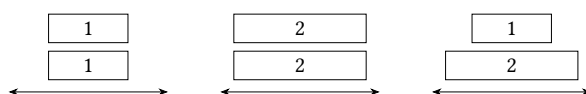
一個可能的調整方式如下，將煎餅鏟插入最左邊的下面兩片之間，並移動至右方的剩餘空間：



將煎餅鏟插入中間的下面兩片之間，並移動至最左邊：

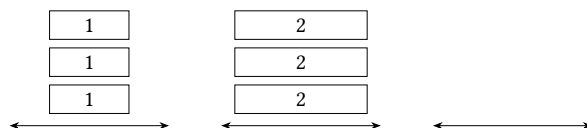


將最左邊最上面的煎餅鏟至中間：





接著再將最右邊的兩個煎餅分別鏟到第 1, 2 疊，便完成了阿麥預期的擺設方式：



請寫一個程式幫助阿麥將各種大小的煎餅移動到想要的位置，由於移動方法很多可以輸出任何一種可行的移動方法，但移動的次數需要在 $9nm$ 次以內。

輸入格式

```
m n
a1,1 a1,2 ⋯ a1,m
a2,1 a2,2 ⋯ a2,m
⋮
an,1 an,2 ⋯ an,m
```

- n 代表目前共有 n 疊煎餅。
- m 代表目前每疊煎餅恰有 m 片煎餅，並且每種大小的煎餅都恰有 m 片。
- $a_{i,j}$ 代表由左到右第 i 疊，由下至上第 j 個煎餅的大小。

輸出格式

```
c
s1 k1 t1
s2 k2 t2
⋮
sc kc tc
```

- c 代表移動的總次數。
- s_i, k_i, t_i 代表第 i 次的移動將從左到右第 s_i 的上面 k_i 片煎餅移動到從左到右的第 t_i 疊。（第 $n+1$ 疊為開始時的空位）
- $0 \leq c \leq 9nm$ 。
- $1 \leq s_i, t_i \leq n+1$ 。
- $k_i \geq 1$ 且不得大於當前第 s_i 疊的煎餅數量。



測資限制

- $1 \leq n \leq 50$ 。
- $1 \leq m \leq 50$ 。
- $1 \leq a_{i,j} \leq n$ 。
- 所有輸入的數皆為整數。
- 保證 1 到 n 每個數字恰好在 a 裡出現 m 次。

範例測試

Sample Input	Sample Output
3 2 1 2 1 2 1 2	5 1 2 3 2 2 1 1 1 2 3 1 1 3 1 2

評分說明

本題共有三組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組分數為所有測試資料的最小得分。

子任務	分數	額外輸入限制
1	8	$m = 1$ 。
2	37	$n = 2$ 。
3	55	無額外限制。

本題若輸出任意合法解答該測資以滿分計，但輸出若有下列非法情況測資則以 0 分計：

- 輸出的移動次數過多。
- 數字超出範圍。
- 移動的煎餅數量大於起始疊數的煎餅數量。
- 移動完畢後，第 i 種煎餅沒有全部都在第 i 疊的位置上。

另外，如果移動過程中有任一疊煎餅超過 m 個，則該筆測資以原測資組分數 30% 計。



(此頁為空白頁)



C. 疊加最大值 (Accumulated Max)

問題描述

在一個正整數陣列或子陣列中，每個出現的數字乘上它的出現次數，稱為它的疊加值。「子陣列」是指一個陣列中，由連續元素所組成的一部分。例如陣列 $[4, 5, 2, 3, 4, 2, 2]$ 中，5 的疊加值是 $5 \times 1 = 5$ ，4 的疊加值是 $4 \times 2 = 8$ ，3 的疊加值是 $3 \times 1 = 3$ ，而 2 的疊加值是 $2 \times 3 = 6$ 。

輸入一個長度為 n 的正整數陣列以及一個正整數 k ，本題要求每一個長度為 k 的子陣列中的最大疊加值。一共有 $n - k + 1$ 個長度為 k 的子陣列，輸出這 $n - k + 1$ 個最大疊加值的總和。

舉例來說，輸入陣列是 $[4, 5, 2, 3, 4, 2, 2, 5]$ ， $n = 8$ ， $k = 5$ ，各個子陣列的最大疊加值如下：

- $[4, 5, 2, 3, 4]$ 的最大疊加值是 $4 \times 2 = 8$ 。
- $[5, 2, 3, 4, 2]$ 的最大疊加值是 $5 \times 1 = 5$ 。
- $[2, 3, 4, 2, 2]$ 的最大疊加值是 $2 \times 3 = 6$ 。
- $[3, 4, 2, 2, 5]$ 的最大疊加值是 $5 \times 1 = 5$ 。

所有最大疊加值的總和是 $8 + 5 + 6 + 5 = 24$ 。

輸入格式

$\begin{matrix} n & k \\ c_0 & c_1 & \cdots & c_{n-1} \end{matrix}$

- n 為陣列的長度。
- k 為所要求子陣列的長度。
- c_i 為陣列中的第 i 個正整數。

輸出格式

X

- X 為所有疊加最大值的總和。



測資限制

- $1 \leq n \leq 10^5$ 。
- $1 \leq k \leq n$ 。
- $1 \leq c_i < 2^{31}$ 。

範例測試

Sample Input	Sample Output
8 5 4 5 2 3 4 2 2 5	24

評分說明

本題共有三組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	6	輸入滿足 $N \leq 1000$ ，且 $c_i \leq 10^6$ 。
2	38	輸入滿足陣列數字均不相等。
3	56	無額外限制。

D. 同色樓梯和雙色樓梯 (stair)

問題描述

在一個 $m \times n$ 的方格圖中，每一格都有恰一種顏色，我們用大寫英文字母代表每種顏色。

所謂的「樓梯」是指：連續的某些直行的區段，這些區段的底部位置（下方所在的列）必須是一樣的，而高度則是自左而右逐步加一。注意，一個樓梯圖形的高度與寬度必然是相等的。

所謂的「同色樓梯」是指：一個樓梯其中所涵蓋方格的顏色皆相同。

所謂的「雙色樓梯」是指：一個樓梯其中所涵蓋方格的顏色有恰兩種。

按照以下的範例圖形中，藍色、黃色與綠色分別是寬度（高度）為 2、3 與 4 的「同色樓梯」。請注意，樓梯與樓梯可能重疊，例如藍色 C 樓梯旁還有一個 C 樓梯。此外，大樓梯中必然有小樓梯，例如下圖中寬度 3 的 B 樓梯中有 3 個寬度 2 的樓梯。寬度 4 的 A 樓梯中則含有 3 個寬度 3 的樓梯以及 6 個寬度 2 的樓梯。

B	C	C	D	D	A	A	A
C	C	C	B	B	B	A	B
D	D	D	A	A	A	A	B
E	B	B	E	A	A	A	A
E	B	B	A	A	A	A	A
B	B	B	B	A	B	C	D

以下的範例圖形中，有標註出所有「雙色樓梯」。

B	C	C
C	C	C
D	D	D

你的任務是算出所有寬度（高度）的同色樓梯或雙色樓梯分別有幾個。



輸入格式

```

m n
a1,1a1,2a1,3 ⋯ a1,n
a2,1a2,2a2,3 ⋯ a2,n
a3,1a3,2a3,3 ⋯ a3,n
⋮
am,1am,2am,3 ⋯ am,n
q

```

- m 、 n 分別代表區域高度、區域寬度。
- $a_{i,j}$ 代表該區域的顏色。
- 若 $q = 1$ 代表詢問同色樓梯數量。若 $q = 2$ 代表詢問雙色樓梯數量。

輸出格式

```

k
s1 s2 s3 ⋯ sk

```

- k 為一非負整數，代表寬度（高度）最大的同色樓梯（雙色樓梯）的寬度（高度）。
- s_i 皆為非負整數，代表寬度（高度）為 i 的同色樓梯（雙色樓梯）數量。
- 若 $k = 0$ ，第二行輸出一空行。

測資限制

- $1 \leq m \leq 4000$ 。
- $1 \leq n \leq 4000$ 。
- $a_{i,j}$ 為大寫英文字母。
- m 和 n 皆為整數。
- $q \in \{1, 2\}$ 。



範例測試

Sample Input	Sample Output
6 8 BCCDDAAA CCCBBBAB DDDAAAAB EBBEAAAA EBBAAAAA BBBBABCD 1	4 48 12 4 1
3 3 BCC CCC DDD 1	2 9 2
3 3 BCC CCC DDD 2	3 0 2 1

評分說明

本題共有五組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	5	$q = 1$, 所有 $a_{i,j}$ 相同。
2	9	$q = 1$, $m \leq 200$, $n \leq 200$ 。
3	22	$q = 1$, $m \leq 200$ 。
4	33	$q = 1$ 。
5	31	$q = 2$ 。



(此頁為空白頁)

E. 巡視農場 (route)

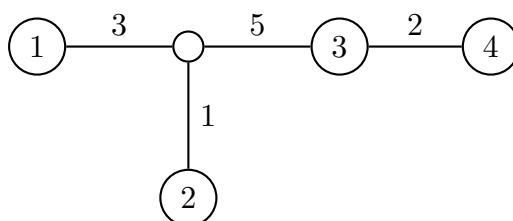
問題描述

有一群人到了一個蠻荒之地開墾，經過很多努力，開闢了 m 個農場，他們也開闢了一些道路連接這些農場，每一條道路連接兩個不同的農場。由於道路開闢困難，總共只開闢了 $m - 1$ 條道路，但任何兩個農場之間，都有長度大於零的路徑直接或間接連接。王老先生擁有其中的 n 個農場，不過這些農場不一定全部直接連接在一起，可能有兩個王老先生的農場之間，需要經過其他人的農場才能互相來回。

王老先生將他的農場由 1 到 n 編號，其中 1 號農場也是他的住家。他記錄了他的任兩個農場之間的距離，想要規劃出一條從住家（1 號農場）出發、巡視經過所有他的農場、最後回到住家的最短路徑。當然，對於規劃出的路徑，各個農場經過的順序與次數皆不限定，中間也可以經過其他人的農場。注意到王老先生並沒有其他農場的資訊，因此王老先生只能透過這 n 個農場兩兩之間的距離來計算最短路徑。

請你撰寫一支程式，幫王老先生計算出最短的路徑長度，滿足該路徑能巡視經過所有他的農場，最後回到住家。

舉例來說，假設 $m = 5$ ，而王老先生擁有其中的 $n = 4$ 個農場。下圖表示了所有 m 個農場的結構，其中王老先生的農場被標上了 1 ~ 4 的編號：



由於王老先生記錄了他的任兩個農場之間的距離，我們可以將這些距離表示成如下的距離矩陣 d ，其中 $d_{i,j}$ （第 i 列的第 j 行）是農場 i 到 j 的距離。可以發現，一個距離矩陣必然是對稱矩陣且對角線均為 0：

0	4	8	10
4	0	6	8
8	6	0	2
10	8	2	0

而透過距離矩陣提供給我們的資訊，可以找出在這個例子中，最短的路徑是 $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ，長度為 $8 + 2 + 8 + 4 = 22$ 。



輸入格式

$$\begin{matrix} n \\ d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} & \cdots & d_{1,n} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} & \cdots & d_{2,n} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} & \cdots & d_{3,n} \\ \vdots & & & & \\ d_{n,1} & d_{n,2} & d_{n,3} & \cdots & d_{n,n} \end{matrix}$$

- n 代表王老先生擁有的農場個數。
- $d_{i,j}$ 代表農場 i 到 j 的距離。
- 題敘中提到的 m 並不會出現在輸入中。

輸出格式

$$D$$

- D 為一正整數，代表王老先生從 1 號農場出發、巡視經過所有他的農場、最後回到 1 號農場的最短路徑長度。

測資限制

- $2 \leq n \leq 5000$ 。
- $0 \leq d_{i,j} \leq 10^8$ 。
- 若 $i \neq j$ ，則 $d_{i,j} > 0$ 。
- 若 $i = j$ ，則 $d_{i,j} = 0$ 。
- 對於所有 i, j ， $d_{i,j} = d_{j,i}$ 。
- 保證存在一個正整數 $m \geq n$ ，滿足存在一個 m 點 $m - 1$ 條邊、每條邊長度都大於零的連通圖，滿足 $d_{i,j}$ 為在其上取 n 個點後的距離矩陣。
- 輸入的數字皆為整數。



範例測試

Sample Input	Sample Output
3 0 2 4 2 0 2 4 2 0	8
4 0 4 8 10 4 0 6 8 8 6 0 2 10 8 2 0	22

評分說明

本題共有六組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	7	$n = 3$ 。
2	12	$n \leq 20$ 。
3	13	$n \leq 200$ 且 $m = n$ ，也就是所有的農場都是王老先生的。
4	21	$m = n$ ，也就是所有的農場都是王老先生的。
5	23	$n \leq 1000$ 。
6	24	無額外限制。